

Томский областной институт  
повышения квалификации работников образования

**РУДИН В.Н. РУДИНА Е.И.**

# **ПРОПОРЦИИ И ПРОЦЕНТЫ**

Из-за неоправданно раннего введения уравнений в школьную математику школьники старших классов плохо соотносят и не умеют работать с дробями и процентами. Помня слова Ньютона: «При изучении наук задачи полезнее правил», мы предлагаем Вашему вниманию сборник задач по указанной теме. Последовательное решение задач этого пособия позволит освоить методы работы с пропорциями и процентами, поможет понимать происходящее и научит рационально считать, что крайне необходимо для развития математического мышления и пробуждения у человека интереса к математике.

Пособие содержит 233 задачи из которых 85 задач имеют подробное решение. Задачи для самостоятельного решения приводятся в виде упражнений к аналогичным решенным задачам. Ко всем задачам даны ответы.

Пособие предназначено прежде всего для подготовки к ЕГЭ школьников и учителей, но будет полезно и родителям.

© Рудин В.Н. Рудина Е.И.

ТОМСК 2004

## 1. Задачи на пропорции

В настоящее время наша средняя школа переходит на новый способ оценки математического образования: единый государственный экзамен (ЕГЭ), который призван заменить собой два экзамена – выпускной за среднюю школу и вступительный в высшие учебные заведения, хотя эти экзамены проводятся с разными целями и соответственно имеют значительные различия в содержании проверяемого учебного материала. Это, несомненно, уже влияет на содержание разделов и тем, которые традиционно изучаются в школьной программе и особенно это влияет на методику преподавания школьной математики. Практический подход к решению задач (стремление быстро и любым способом найти правильный ответ задачи) становится преобладающим. Все больше внимания учителя математики в старших классах вынуждены уделять устному счету и арифметическим способам решения задач. Так как именно использование арифметических способов решения задач наиболее эффективно для формирования у учащихся навыков рационального мышления и рационального счета. Необходимо отметить, что методики изложения этого материала в младших классах и в старших классах сильно отличаются. Методической особенностью данного пособия является такое изложение материала, при котором новое содержание изучается на задачах. Кроме того, большое внимание уделяется овладению математическими методами поиска решений, логическими рассуждениями. Задачи решаются разными способами. Каждый ученик самостоятельно может выбрать свой способ решения, наиболее ему удобный и понятный.

Решение задач на пропорции преследует две основные цели:

1. Научиться понимать сущность изучаемых в задачах процессов, выделять характеристические особенности каждого процесса, планировать рациональный путь решения задач.

2. Научиться быстро и правильно считать в уме, уметь выбирать условные единицы, если это необходимо для облегчения и ускорения вычислений.

При решении предложенных задач, прежде всего, необходимо знать правила сложения, вычитания, умножения и деления дробей; помнить, что для сравнения дробей их нужно привести к общему знаменателю. Знание этого позволяет быстро и просто решать традиционно сложные задачи на смеси, растворы и сплавы, находить среднюю скорость движущихся объектов.

**Задача 1.** Из ведра с молоком берут 1 литр молока и выливают в бочку с водой. Затем из бочки берут один литр смеси и выливают в ведро с молоком. Чего теперь больше: воды в ведре или молока в бочке?

**Решение.** Количество жидкости в ведре после всех переливаний, по сравнению с первоначальным, не изменилось. Это означает, что все молоко, которое вылили из ведра полностью заменено водой. Поэтому воды в ведре столько же сколько молока в бочке.

**Задача 2.** Два ученика хотели купить линейку. У первого не хватило для этого 44 копеек, а у второго не хватило двух копеек. Они сложили свои деньги, но им все равно не хватило на покупку одной линейки. Сколько стоит линейка ?

**Решение.** Если бы у первого было 2 копейки, то для совместной покупки линейки денег бы хватило. Значит, у первого ученика всего одна копейка. По условию задачи ему не хватает 44 копейки, поэтому, линейка стоит 45 копеек.

**Ответ:** Линейка стоит 45 копеек.

**Задача 3.** Семь насосов за семь часов выкачивают семь тонн воды. За сколько часов 10 насосов выкачают 10 тонн воды?

**Решение.** Один насос за 7 часов сможет выкачать одну тонну воды. Поэтому, 10 насосов за семь часов выкачают 10 тонн воды.

**Ответ:** За 7 часов.

**Упражнение 3.1.** Восемь насосов за 8 минут выкачивают 8 тонн воды. Сколько насосов за 8 минут выкачают 15 тонн воды?

**Ответ:** 15 насосов.

**Задача 4.** Книга и тетрадь стоят вместе 70 рублей. Тетрадь на 40 рублей дешевле книги. Сколько стоит книга?

**Решение.** Чтобы купить 2 книги нужно к 70 рублям добавить 40 рублей, так как книга стоит на 40 рублей дороже тетради. Значит, одна книга стоит  $110 : 2 = 55$  рублей.

**Ответ:** Книга стоит 55 рублей.

**Упражнение 4.1.** Книга и тетрадь стоят вместе 90 рублей. Книга на 20 рублей дороже тетради. Сколько стоит тетрадь?

**Ответ:** 35 руб.

**Упражнение 4.2.** За книгу заплатили 16 рублей и еще половину стоимости этой книги. Сколько стоит книга?

**Ответ:** 32 руб.

**Задача 5.** В клетке сидят куры и кролики, всего 35 голов и 94 ноги. Сколько в клетке кроликов?

**Решение.** Если бы в клетке сидели только куры, то ног было бы 70, то есть на 24 ноги меньше. Так как у кролика на 2 ноги больше, чем у курицы, то, поделив 24 на 2, получим количество кроликов.

**Ответ:** В клетке 12 кроликов.

**Упражнение 5.1.** В клетке сидят куры и кролики, всего 55 голов и 142 ноги. Сколько в клетке кур?

**Ответ:** 39 кур.

**Упражнение 5.2.** В коробке сидят жуки и пауки всего 14 штук. У каждого жука 6 ног, у каждого паука 8 ног, а всего 94 ноги. Сколько в коробке пауков?

**Ответ:** 5 пауков.

**Упражнение 5.3.** У школьника в кармане трехкопеечные и пятикопеечные монеты. Всего 26 монет на общую сумму 98 копеек. Сколько пятикопеечных монет в кармане у школьника?

**Ответ:** 10 штук.

**Упражнение 5.4.** При ответе на 25 вопросов теста школьник набрал 60 очков. Сколько верных ответов дал школьник, если за каждый верный ответ он получал 5 очков, а за каждый неверный ответ из общей суммы вычиталось 8 очков?

**Ответ:** 20 верных ответов.

**Задача 6.** Когда моему отцу было 32 года, мне было 8 лет, а теперь отец вдвое старше меня. Сколько мне лет теперь?

**Решение.** Отец старше меня на  $32 - 8 = 24$  года и эта разница в возрасте никогда не изменится, поэтому мне сейчас 24 года, а отцу 48 лет.

**Ответ:** Мне теперь 24 года.

**Упражнение 6.1.** Когда моему отцу было 24 года, мне было 6 лет, а теперь отец в полтора раза старше меня. Сколько отцу лет теперь?

**Ответ:** 54 года.

**Задача 7.** Полторы курицы за полтора дня могут снести полтора яйца. Сколько яиц снесут 8 куриц за 15 дней?

**Решение.** Полторы курицы за 3 дня снесут 3 яйца, а 3 курицы за 3 дня снесут 6 яиц. Поэтому, 1 курица за 3 дня снесет 2 яйца, а 8 куриц за 3 дня снесут 16 яиц. За 15 дней количество яиц будет в 5 раз больше, то есть 80 штук.

**Ответ:** Восемь куриц за 15 дней снесут 80 яиц.

**Упражнение 7.1.** Две третьих курицы за  $\frac{3}{4}$  дня могут снести  $\frac{4}{7}$  яйца. Сколько яиц снесут 6 куриц за 14 дней?

**Ответ:** 96 яиц.

**Упражнение 7.2.** Две пятых курицы за  $\frac{5}{6}$  дня могут снести  $\frac{4}{9}$  яйца. За сколько дней 9 куриц снесут 84 яйца?

**Ответ:** 7 дней.

**Упражнение 7.3.** Две третьих курицы за  $\frac{6}{5}$  дня могут снести  $\frac{4}{7}$  яйца. Сколько куриц смогут снести 65 яиц за 7 дней?

**Ответ:** 13 куриц.

**Задача 8.** Три путника встретились на опушке леса и решили вместе пообедать. У первого путника было 9 лепешек, у второго было 5 лепешек, а у третьего лепешек не было совсем. Путники съели все лепешки, поделив их поровну. В качестве оплаты за съеденные лепешки третий путник оставил 14 рублей. Как поделить эти деньги между первым и вторым путником?

**Решение.** Если поделить каждую лепешку на 3 части, то получится 42 части. Из них 27 частей принадлежат первому путнику, а 15 второму. Каждый съел 14 частей. Поэтому первый путник отдал третьему 13 частей, а второй 1 часть лепешки. Значит, 13 рублей должен получить первый путник, а 1 рубль нужно отдать второму. Так будет справедливо.

**Ответ:** 13 рублей первому и 1 рубль второму.

**Упражнение 8.1.** Три охотника встретились на привале и решили вместе пообедать. У первого охотника было 8 лепешек, у второго было 3 лепешки, а у третьего лепешек не было совсем. Охотники съели все лепешки, поделив их поровну. В качестве оплаты за съеденные лепешки третий путник оставил 11 рублей. Как поделить эти деньги между первым и вторым путником?

**Ответ:** 11 рублей первому.

**Задача 9.** Мы с сестрой учимся в одной и той же школе. Я дохожу до школы за 20 минут, а моя сестра за 30 минут. Через сколько минут я догоню сестру, если она вышла на 6 минут раньше меня?

**Решение.** Предположим, что расстояние до школы 60 условных единиц пути (у.е.). Тогда я прохожу за 1 минуту 3 у.е. пути, а сестра проходит за 1 минуту 2 у.е. пути. За 6 минут сестра пройдет 12 у.е. пути и чтобы ее догнать мне нужно будет потратить 12 минут, так как в минуту я прохожу на 1 у.е. пути больше, чем сестра.

**Ответ:** Через 12 минут.

**Упражнение 9.1.** Мы с сестрой учимся в одной и той же школе. Я дохожу до школы за 15 минут, а моя сестра за 25 минут. На сколько минут я вышел позже, если догнал ее пройдя половину пути?

**Ответ:** 5 минут.

**Задача 10.** Четыре девочки А, В, С, Д пели песни. Каждую песню исполняли 3 девочки. А спела 8 песен – больше, чем остальные девочки. Д спела 5 песен – меньше, чем остальные девочки. Сколько всего песен спели девочки?

**Решение.** Каждую песню можно разбить мысленно на три части: каждая часть это то, что поет одна девочка. По условию задачи А и Д спели всего 8 +

$5 = 13$  частей, а **В** и **С** спели 6 или 7 частей каждая, то есть 12, 13 или 14 частей. Общее количество частей должно делиться на 3, так как каждая песня состоит из трех частей. Это возможно только тогда, когда **В** и **С** спели по 7 частей. В этом случае общее количество частей будет равно 27, а исполненных песен 9.

*Ответ:* Девочки спели 9 песен.

**Задача 11.** Когда автомобиль проехал часть пути от **А** до **В**, то оказалось, что он проехал столько километров сколько минут ему придется ехать оставшуюся часть пути. Когда же он проехал и эту часть пути, то оказалось, что он проехал столько километров, сколько минут потратил на первую часть пути. Какова скорость автомобиля?

*Решение:* По условию задачи автомобиль потратил на весь путь столько минут, сколько проехал километров. Значит, его скорость равна 1 км в минуту или 60 км в час.

*Ответ:* Скорость автомобиля 60 км в час.

**Задача 12.** Крестьянка продала первому покупателю половину всех яблок и еще одно яблоко. Второму покупателю она продала половину оставшегося числа яблок и еще одно яблоко. Третий покупатель забрал половину остатка и еще одно яблоко. У крестьянки осталась 10 яблок. Сколько всего яблок было у крестьянки?

*Решение:* Когда пришел третий покупатель у крестьянки было  $(10+1) \cdot 2 = 22$  яблока. Когда пришел второй -  $(22+1) \cdot 2 = 46$  яблок. Когда подошел первый покупатель, у нее было  $(46+1) \cdot 2 = 94$  яблока.

*Ответ:* 94 яблока.

**Упражнение 12.1.** Когда из корзины взяли 3 яблока и  $\frac{2}{5}$  оставшегося количества яблок, то в корзине осталось  $\frac{4}{7}$  всего количества яблок. Сколько яблок было первоначально в корзине?

*Ответ:* 63 яблока.

**Упражнение 12.2.** Когда магазин продал 1 телевизор и  $\frac{1}{6}$  оставшегося количества телевизоров, то в магазине осталось  $\frac{4}{5}$  всего количества телевизоров. Сколько телевизоров было первоначально в магазине?

*Ответ:* 25 телевизоров.

**Упражнение 12.3.** Турист прошел расстояние между городами за 3 дня. За первый день он прошел  $\frac{1}{5}$  всего пути и 4 км. За второй день он прошел  $\frac{1}{7}$  оставшегося пути и еще 8 км. За третий день он прошел  $\frac{1}{4}$  нового остатка и последние 30 км. Чему равно расстояние между городами?

*Ответ:* 75 км.

**Упражнение 12.4.** Половину жидкости первого сосуда перелили во второй сосуд. Затем, из второго сосуда  $\frac{1}{3}$  часть жидкости перелили в третий сосуд. После того, как  $\frac{2}{5}$  жидкости третьего сосуда перелили в первый сосуд,

во всех сосудах стало по 6 литров жидкости. Сколько жидкости было первоначально в каждом сосуде?

*Ответ:* 4 л, 7л, 7л.

**Задача 13.** Смесь песка с цементом содержит 4 части песка и 1 часть цемента. Другая смесь содержит 5 частей песка и 4 части цемента. В какой пропорции нужно смешать эти смеси, чтобы получить смесь в которой песка в 3 раза больше, чем цемента?

*Решение.* В первой смеси цемент составляет  $\frac{1}{5}$  часть всего количества смеси, а во второй смеси цемент составляет  $\frac{4}{9}$  части всей смеси. Смешав их, мы должны получить смесь, в которой цемент будет составлять  $\frac{1}{4}$  часть всей смеси. Приведа эти дроби к общему знаменателю, мы получим:

$\frac{1}{5} = \frac{36}{180}$ ,  $\frac{4}{9} = \frac{80}{180}$ ,  $\frac{1}{4} = \frac{45}{180}$ . Теперь мы видим, что цемента в первой смеси на  $45 - 36 = 9$  частей меньше, чем нужно, а во второй на  $80 - 45 = 35$  частей больше, чем в той смеси, которую мы хотим получить. Значит, мы должны взять 35 частей первой смеси и 9 частей второй смеси. Только в этом случае недостаток цемента в первой смеси компенсирует избыток его во второй смеси, и мы получим то, что нужно.

*Ответ:* 35 : 9

**Упражнение 13. 1.** Одна смесь содержит 1 часть цемента и 3 части песка, другая смесь содержит 8 частей цемента и 11 частей песка. В какой пропорции нужно перемешать их, чтобы получить смесь, в которой цемента 2 части, а песка 3?

*Ответ:* 8:57

**Задача 14.** Число отсутствующих учащихся составляет  $\frac{1}{4}$  часть от числа присутствующих. Когда из класса вышли еще 3 ученика, то число отсутствующих учащихся стало составлять  $\frac{2}{5}$  от числа присутствующих. Сколько всего учащихся в этом классе?

*Решение.* Число отсутствующих учащихся составляло  $\frac{1}{5}$  часть всех учащихся. После того, как 3 ученика ушли, число отсутствующих стало составлять  $\frac{2}{7}$  части от количества всех учащихся. Поэтому, 3 ученика составляют  $\frac{2}{7} - \frac{1}{5} = \frac{3}{35}$  части всех учащихся. Это означает, что в классе всего 35 учащихся.

*Ответ:* В классе 35 учащихся.

**Упражнение 14.1.** Число отсутствующих студентов в начале лекции составляло  $\frac{1}{3}$  часть числа присутствующих на лекции. После того, как 9 студентов ушли, это отношение стало равно  $\frac{5}{6}$ . Сколько всего студентов в этой группе? Сколько из них присутствовало в начале лекции?

*Ответ:* 44; 33

**Задача 15.** В первом ящике яблок было больше, чем во втором. Когда из каждого ящика взяли по  $\frac{2}{3}$  того количества яблок, которое было во втором

ящике, то в первом ящике яблок стало в семь раз больше, чем во втором. Во сколько раз больше было яблок в первом ящике первоначально?

**Решение.** Количество яблок во втором ящике примем за 3 условные единицы (у.е.). После того, как из каждого ящика взяли 2 у.е. яблок, во втором ящике осталась 1 у.е. яблок, а в первом 7 у.е. Значит, первоначально во втором ящике было 3 у.е. яблок, а в первом  $7 + 2 = 9$  у.е., то есть в 3 раза больше.

**Ответ:** В 3 раза.

**Упражнение 15.1.** Если от каждого из двух чисел отнять  $\frac{3}{4}$  меньшего числа, то остаток большего числа будет в 5 раз больше остатка меньшего числа. Во сколько раз большее число больше меньшего?

**Ответ:** 2 раза

**Упражнение 15.2.** В двух бочках было всего 40 ведер воды. Когда из первой бочки взяли 5 ведер воды, а из второй 7 ведер воды, то в первой бочке осталось в 3 раза воды меньше, чем во второй. Сколько воды было первоначально в каждой бочке?

**Ответ:** 12 ведер и 28 ведер.

**Упражнение 15.3.** В двух бочках было всего 55 ведер воды. Когда из первой бочки взяли 11 ведер воды, а из второй 14 ведер воды, то количество воды в первой бочке стало составлять  $\frac{3}{7}$  от количества воды во второй. Сколько воды было первоначально в каждой бочке?

**Ответ:** 20 ведер и 35 ведер.

**Упражнение 15.4.** В первом сосуде в 5 раз больше воды, чем во втором. Когда из первого сосуда перелили во второй 8 литров воды, оказалось, что в первом сосуде стало воды в 2 раза больше, чем во втором. Сколько воды было первоначально в каждом сосуде?

**Ответ:** 40 литров и 8 литров.

**Задача 16.** Толстая свеча сгорает за 10 часов. Тонкая свеча длиннее, чем толстая и сгорает за 5 часов. Через 4 часа, после того, как их одновременно зажгли, длины свечей стали одинаковыми. Во сколько раз тонкая свеча была длиннее толстой?

**Решение.** Через 4 часа, после того, как свечи зажгли, от тонкой свечи останется  $\frac{1}{5}$  часть ее длины, так как она полностью сгорает за 5 часов. От толстой свечи к тому времени останется  $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$  частей ее длины. Так как эти отрезки равны, то тонкая свеча в 3 раза длиннее, чем толстая.

**Ответ:** В 3 раза.

**Упражнение 16.1.** Толстая свеча сгорает за 15 часов. Тонкая свеча длиннее, чем толстая и сгорает за 10 часов. Через 9 часов, после того, как их одновременно зажгли, длины свечей стали одинаковыми. Во сколько раз тонкая свеча была длиннее толстой?

**Ответ:** 4 раза

**Задача 17.** Толстая свеча сгорает за 6 часов. Тонкая свеча длиннее, чем толстая и сгорает за 4 часа. Через 3 часа, после того, как их одновременно зажгли, длины свечей стали одинаковыми. Во сколько раз тонкая свеча была длиннее толстой?

**Решение.** Пусть длина толстой свечи составляет 6 у.е. Через 3 часа после зажигания свечей, ее длина будет равна 3 у.е., что составляет  $\frac{1}{4}$  часть длины тонкой свечи. Поэтому Длина тонкой свечи равна 12 у.е., то есть в 2 раза больше, чем длина толстой свечи.

**Ответ:** В 2 раза.

**Упражнение 17.1.** Толстая свеча сгорает за 8 часов. Тонкая свеча длиннее, чем толстая и сгорает за 4 часа. Через 3 часа, после того, как их одновременно зажгли, длины свечей стали одинаковыми. Во сколько раз тонкая свеча была длиннее толстой?

**Ответ:** 2,5 раза.

**Упражнение 17.2.** Толстая свеча сгорает за 7 часов. Тонкая свеча длиннее, чем толстая и сгорает за 4 часа. Через 2 часа, после того, как их одновременно зажгли, длина тонкой свечи стала на  $\frac{1}{5}$  короче длины толстой свечи. Какую часть длины тонкой свечи составляла первоначально длина толстой свечи?

**Ответ:**  $\frac{7}{8}$ .

**Упражнение 17.3.** Толстая свеча сгорает за 8 часов. Тонкая свеча длиннее, чем толстая и сгорает за 4 часа. Через 3 часа, после того, как их одновременно зажгли, длины свечей стали одинаковыми. Во сколько раз тонкая свеча была длиннее толстой?

**Ответ:** 2,5 раза.

**Задача 18.** В одном сосуде 3 литра кислоты и 7 литров воды. Во втором сосуде 6 литров кислоты и 4 литра воды. Сколько литров жидкости нужно перелить из первого сосуда во второй, чтобы кислоты и воды в нем было поровну?

**Решение.** В первом сосуде кислота составляет  $\frac{3}{10}$  части всей жидкости, а во втором сосуде кислота составляет  $\frac{6}{10}$  части всей жидкости. Чтобы получить смесь, в которой кислота составляет  $\frac{5}{10}$  всей жидкости нужно смешать первую и вторую жидкости в пропорции 1:2. Поэтому, для выполнения требования задачи, к 10 литрам второй жидкости нужно добавить 5 литров первой.

**Ответ:** 5 литров

**Упражнение 18.1.** В одном сосуде 3 литра кислоты и 11 литров воды. Во втором сосуде 12 литров кислоты и 8 литров воды.

Сколько литров жидкости нужно перелить из первого сосуда во второй, чтобы кислоты и воды в нем было поровну?

*Ответ:* 7 литров.

**Задача 19.** В одной бочке 5 ведер спирта и 6 ведер воды. Во второй бочке 9 ведер спирта и 7 ведер воды. Сколько ведер жидкости нужно перелить из одной бочки в другую, чтобы получить в ней одинаковое количество спирта и воды?

**Решение.** Спирт составляет  $\frac{5}{11}$  всей жидкости в первой бочке и  $\frac{9}{16}$  во второй. Так как  $\frac{5}{11} = \frac{80}{176}$ , а  $\frac{9}{16} = \frac{99}{176}$ , то для получения смеси, в которой спирт составляет  $\frac{88}{176}$  часть всей жидкости, нужно смешать первую и вторую смесь в пропорции 11:8. Поэтому, либо мы переливаем 22 ведра из первой бочки во вторую, либо 8 ведер из второй бочки в первую. Но в первой бочке нет такого количества жидкости. Значит, мы должны перелить 8 ведер из второй бочки в первую.

*Ответ:* Из второй в первую 8 ведер.

**Упражнение 19.1.** В одной бочке 8 ведер спирта и 11 ведер воды. Во второй бочке 12 ведер спирта и 3 ведра воды. Сколько ведер жидкости нужно перелить из одной бочки в другую, чтобы получить в ней одинаковое количество спирта и воды?

*Ответ:* 5 ведер в первую.

**Задача 20.** Отец предполагал разделить некоторую сумму денег между сыном и дочерью в отношении 2:3, но передумал и разделил ее в отношении 7:3. В результате, сын получил на 150 рублей больше, чем предполагал. Какова была сумма, сколько получил каждый?

**Решение.** При первом способе раздела сын получает  $\frac{2}{5}$  всей суммы, а при втором способе  $\frac{7}{10}$ . Поэтому,  $\frac{7}{10} - \frac{2}{5} = \frac{3}{10}$  всей суммы составляет 150 рублей. Значит, вся сумма составляет 500 рублей, сын получил 350 рублей, а дочь получила 150 рублей.

*Ответ:* 500, 350, 150.

**Упражнение 20.1.** Первоначально предполагалось разделить премию за изобретение между директором и инженером в отношении 2:5, но потом решили разделить ее в отношении 5:4. В результате инженер получил на 1700 рублей меньше, чем предполагал. Сколько получил каждый?

*Ответ:* 3500 руб, 2800 руб.

**Задача 21.** Заяц находится от собаки на расстоянии 65 своих прыжков. В то время, когда заяц делает 6 прыжков, собака успевает сделать только 5 прыжков, но 2 прыжка собаки равны по длине пяти прыжкам зайца. Сколько прыжков сделал заяц, пока собака его не догнала?

**Решение.** Если заяц делает 12 прыжков, то собака делает 10 прыжков, что по длине эквивалентно 25 прыжкам зайца. Расстояние между зайцем и собакой сократится в этом случае на расстояние, равное по длине 13 прыжкам

зайца. Расстояние между ними сократится на 65 прыжков когда заяц сделает 60 прыжков.

*Ответ:* Заяц делает 60 прыжков.

**Упражнение 21.1.** Кузнечик находится от лягушки на расстоянии 65 своих прыжков. В то время, когда кузнечик делает 6 прыжков, лягушка успевает сделать только 5 прыжков, но 2 прыжка лягушки равны по длине пяти прыжкам кузнечика. Сколько прыжков сделал кузнечик, пока лягушка его не догнала?

*Ответ:* 60.

**Задача 22.** Заяц находится от собаки на расстоянии 85 своих прыжков. В то время, когда заяц делает 8 прыжков, собака успевает сделать только 7 прыжков, но 4 прыжка собаки равны по длине семи прыжкам зайца. Сколько прыжков сделала собака, пока не догнала зайца?

**Решение.** Пусть один прыжок зайца равен 4 у.е. пути, тогда один прыжок собаки равен 7 у.е. пути. Сделав 8 прыжков, заяц продвинется вперед на 32 у.е. пути, а собака за это время сделает 7 прыжков и продвинется на 49 у.е. пути. Расстояние между ними сократится на  $49 - 32 = 17$  у.е. пути. Начальное расстояние равно между зайцем и собакой составляет 340 у.е. пути. Значит, заяц успеет сделать  $340 : 17 = 20$  прыжков. За это время собака сделает 140 своих прыжков.

*Ответ:* 160; 140.

**Упражнение 22.1.** Заяц находится от собаки на расстоянии 75 своих прыжков. В то время, когда заяц делает 3 прыжка, собака успевает сделать только 2 прыжка, но 4 прыжка собаки равны по длине 7 прыжкам зайца. Сколько прыжков сделал заяц, пока собака его не догнала?

*Ответ:* 450.

**Упражнение 22.2.** Заяц находится от собаки на расстоянии 40 своих прыжков. В то время, когда заяц делает 6 прыжков, собака успевает сделать только 5 прыжков, но 5 прыжков собаки равны по длине 8 прыжкам зайца. Сколько прыжков сделал заяц, пока собака его не догнала?

*Ответ:* 120.

**Задача 23.** Велосипедист ехал от одного города до другого со скоростью 10 км/час, а обратно со скоростью 15 км/час. Чему равна средняя скорость движения велосипедиста?

**Решение.** На каждый километр пути туда велосипедист тратил 6 минут, а обратно 4 минуты. В среднем, на каждый километр всего пути велосипедист тратил 5 минут. Поэтому, его средняя скорость равна  $60/5 = 12$  км/час.

*Ответ:* 12 км/час.

**Упражнение 23.1.** Велосипедист ехал от одного города до другого со скоростью 40 км/час, а обратно со скоростью 60 км/час. Чему равна средняя скорость движения велосипедиста?

*Ответ:* 48 км/час.

**Упражнение 23.2.** Первый мотоциклист проехал расстояние от города до поселка за 3 часа. Второй мотоциклист проехал это расстояние за 5 часов. За какое время проедет это расстояние третий мотоциклист, если его скорость равна среднему арифметическому скоростей первого и второго мотоциклистов?

*Ответ:* 3 часа 45 минут.

**Задача 24.** Турист прошел  $\frac{2}{3}$  намеченного пути со скоростью 4 км/час. Остаток пути он проехал на велосипеде со скоростью 10 км/час. Чему равна средняя скорость движения туриста?

**Решение.** На каждый километр первой части пути турист тратил 15 минут, а на каждый километр оставшегося пути - 6 минут. В среднем, на каждый километр всего пути велосипедист тратил  $\frac{2}{3} \cdot 15 + \frac{1}{3} \cdot 6 = 12$  минут. Поэтому, его средняя скорость равна  $60/12 = 5$  км/час.

*Ответ:* 5 км/час.

**Упражнение 24.1.** Турист прошел  $\frac{2}{9}$  намеченного пути со скоростью 4 км/час. Остаток пути он проехал на велосипеде со скоростью 7 км/час. Чему равна средняя скорость движения туриста?

*Ответ:* 6 км/час.

**Упражнение 24.2.** Турист прошел  $\frac{1}{3}$  намеченного пути со скоростью 4 км/час. Две третьих оставшегося пути он преодолел со скоростью 6 км/час. Остаток всего пути он проехал на велосипеде со скоростью 8 км/час. Чему равна средняя скорость движения туриста?

*Ответ:* 5,4 км/час.

**Упражнение 24.3.** Турист прошел  $\frac{1}{4}$  намеченного пути со скоростью 8 км/час. Три четвертых оставшегося пути он преодолел со скоростью 9 км/час. Остаток всего пути он проехал на велосипеде со скоростью 18 км/час. Чему равна средняя скорость движения туриста?

*Ответ:* 9,6 км/час.

**Упражнение 24.4.** Турист прошел  $\frac{1}{2}$  намеченного пути со скоростью 6 км/час. Три седьмых оставшегося пути он преодолел со скоростью 9 км/час. Остаток всего пути он проехал на велосипеде со скоростью 16 км/час. Чему равна средняя скорость движения туриста?

*Ответ:* 8 км/час.

**Задача 25.** Расстояние в 25 км турист преодолел за 5 часов. Сначала он шел пешком со скоростью 4 км/час, а потом ехал на велосипеде со скоростью 9 км/час. Сколько км турист проехал на велосипеде?

**Решение.** Если бы турист шел пешком 5 часов, то он бы прошел 20 км, т.е. не дошел бы до намеченного пункта 5 км. Так как скорость движения на велосипеде на 5 км/час больше, чем при движении пешком, то, заменив 1 час движения пешком на 1 час движения на велосипеде, мы получим 25 км. Значит, на велосипеде турист проехал 9 км.

*Ответ:* 9 км.

**Упражнение 25.1.** Расстояние в 49 км турист преодолел за 5 часов. Сначала он ехал на велосипеде со скоростью 8 км/час, а потом ехал на мотоцикле со скоростью 26 км/час. Сколько километров турист проехал на мотоцикле?

*Ответ:* 13 км.

**Упражнение 25.2.** Расстояние в 70 км турист преодолел за 6 часов. Сначала он ехал на велосипеде со скоростью 11 км/час, а потом ехал на мотоцикле со скоростью 22 км/час. Сколько километров турист проехал на мотоцикле?

*Ответ:* 8 км.

**Задача 26.** Мотоциклист проехал весь путь от города до поселка со скоростью 30 км/час. Если бы он ехал со скоростью 40 км/час, то приехал бы в поселок на 40 минут раньше. Чему равно расстояние от города до поселка?

**Решение.** При движении со скоростью 30 км/час мотоциклист тратил 2 минуты на 1 километр. При движении со скоростью 40 км/час мотоциклист тратил 1,5 минуты на 1 километр. Экономия времени на каждом километре составляет 0,5 минуты. Так как общая экономия составляет 40 минут, то весь путь равен 80 км.

*Ответ:* 80 км.

**Упражнение 26.1.** Мотоциклист проехал весь путь от города до поселка со скоростью 40 км/час. Если бы он ехал со скоростью 50 км/час, то приехал бы в поселок на 36 минут раньше. Чему равно расстояние от города до поселка?

*Ответ:* 120 км.

**Задача 27.** Из пунктов А и В, навстречу друг другу, одновременно выехали 2 автомобиля. Через 3 часа расстояние между ними было 30 км. С какой скоростью двигались автомобили, если первый затратил на весь путь 5 часов, а второй затратил 6 часов?

**Решение.** За 3 часа первый проехал  $\frac{3}{5}$  пути, второй проехал  $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$  пути. Всего они проехали  $\frac{3}{5} + \frac{1}{2} = \frac{11}{10}$  всего пути.

Поэтому, расстояние между ними составляет  $11/10 - 1 = 1/10$  часть всего пути. По условию задачи это расстояние равно 30 км.

Значит, весь путь равен 300 км. Скорость первого  $300:5 = 60$  км/час, скорость второго  $300:6 = 50$  км/час.

*Ответ:* 60 км/час, 50 км/час.

**Упражнение 27.1.** Из пунктов А и В, навстречу друг другу, одновременно вышли 2 пешехода. Через 7 часов расстояние между ними было 23 км. С какой скоростью двигались пешеходы, если первый затратил на весь путь 8 часов, а второй затратил 10 часов?

*Ответ:* 5 км/час, 4 км/час.

**Задача 28.** Проехав  $2/3$  всего пути пассажир заснул. Когда он проснулся, то оказалось, что ему осталось проехать  $5/6$  того пути, который он проехал спящим. Какую часть всего пути пассажир проспал?

**Решение.** Примем весь путь за 33 условные единицы. До того, как заснуть пассажир проехал 22 у.е. и ему осталось проехать еще 11 у.е. пути. Когда он проснулся, то ему осталось проехать  $5/6$  от той части пути, которую он проехал спящим. Поэтому, спящим он проехал  $11: (5+6) \cdot 6 = 6$  у.е. пути. Это составляет  $6/33 = 2/11$  всего пути.

*Ответ:*  $2/11$

**Упражнение 28.1.** Проехав  $4/5$  всего пути пассажир заснул. Когда он проснулся, то оказалось, что ему осталось проехать  $2/7$  того пути, который он проехал спящим. Какую часть всего пути пассажир проспал?

*Ответ:*  $7/45$

**Упражнение 28.2.** Проехав  $1/6$  всего пути пассажир заснул. Когда он проснулся, то оказалось, что ему осталось проехать  $4/3$  того пути, который он проехал спящим. Какую часть всего пути пассажир проспал?

*Ответ:*  $5/14$

**Задача 29.** Когда пассажир проехал 3 км и  $2/5$  оставшегося пути, то ему осталось проехать  $4/7$  всего пути. Чему равен весь путь?

**Решение.** Примем весь путь за 21 условную единицу. По условию  $3/5$  остатка равно  $4/7$  всего пути или 12 у.е. Остаток равен 20 у.е.,  $2/5$  остатка равны 8 у.е. Тогда 3 км составляют  $21 - 12 - 8 = 1$  у.е. Весь путь равен 63 км.

*Ответ:* 63 км.

**Упражнение 29.1.** Когда велосипедист проехал 2 км и  $3/7$  оставшегося пути, то ему осталось проехать половину всего пути. Чему равен весь путь?

*Ответ:* 16 км.

**Задача 30.** Школьник ехал на трамвае в школу и увидел идущую из школы вдоль трамвайной линии одноклассницу. Через 3 минуты после этого он вышел из трамвая и пошел вслед за одноклассницей со скоростью в 2 раза большей, чем шла она. Через сколько минут после выхода из трамвая

школьник догонит одноклассницу, если его скорость составляет  $2/5$  от скорости трамвая?

**Решение.** Пусть скорость трамвая составляет 10 у.е. скорости. Тогда скорость школьника равна 4 у.е., а одноклассницы 2 у.е. За 3 минуты трамвай проехал 30 у.е. пути, а одноклассница прошла 6 у.е. Поэтому расстояние между школьником и его одноклассницей в тот момент, когда он вышел из трамвая было равно 36 у.е. Школьник догонит одноклассницу через  $36 : (4-2) = 18$  минут после выхода из трамвая.

*Ответ:* Через 18 минут.

**Упражнение 30.1.** Школьник ехал на трамвае в школу и увидел идущего в школу вдоль трамвайной линии приятеля. Через 2 минуты после этого он вышел из трамвая и побегал навстречу приятелю со скоростью в 3 раза большей, чем шел приятель. Через сколько минут после выхода из трамвая друзья встретятся, если скорость школьника составляет  $1/7$  часть от скорости трамвая?

*Ответ:* 20 минут.

**Задача 31.** Если крестьянин поедет со скоростью 40 км/час, то приедет из деревни в город в 9 часов утра. Если он поедет со скоростью 20 км/час, то приедет в город в 12 часов этого же дня. С какой скоростью должен ехать крестьянин, чтобы приехать в город в 10 часов утра? Чему равно расстояние от города до деревни?

**Решение.** Предположим, что из деревни одновременно выехали в город 2 человека, один со скоростью 40 км/час, второй со скоростью 20 км/час. В 9 часов первый приедет в город, а второй будет от города на расстоянии 60 км. Первый едет быстрее второго на 20 км в час. Поэтому разность в 60 км накопится за 3 часа. Это означает, что оба выехали из деревни в 6 часов утра и расстояние от города до деревни равно 120 км. Чтобы приехать в город за 4 часа, нужно ехать со скоростью 30 км/час.

*Ответ:* 30 км/час, 120 км.

**Упражнение 31.1.** Если турист поедет со скоростью 60 км/час, то приедет из поселка в город в 5 часов вечера. Если он поедет со скоростью 35 км/час, то приедет в город в 10 часов вечера этого же дня. С какой скоростью должен ехать турист, чтобы приехать в город в 8 часов вечера? Чему равно расстояние от города до поселка?

*Ответ:* 42 км/час, 420 км.

**Упражнение 31.2.** Если турист поедет со скоростью 45 км/час, то приедет из поселка в город в 6 часов вечера. Если он поедет со скоростью 30 км/час, то приедет в город в 8 часов вечера этого же дня. С какой скоростью должен ехать турист, чтобы приехать в город в 7 часов вечера? Чему равно расстояние от города до поселка?



*Ответ:* 36 км/час, 180 км.

**Упражнение 31.3.** Если каждый школьник принесет 85 рублей, то для покупки штор для класса не хватит 250 рублей. Если каждый школьник принесет 95 рублей, то можно будет купить шторы и останется 30 рублей. Сколько учеников в классе и сколько стоят шторы?

*Ответ:* 28 учеников, 2630 рублей.

**Задача 32.** В одном сосуде было 15 литров воды. В другом сосуде было 18 литров воды. Каждую минуту из первого сосуда вытекает 1 литр воды, а из второго 2 литра воды. Через сколько минут в первом сосуде останется в 2 раза больше воды, чем во втором?

**Решение.** Предположим, что у нас 2 вторых сосуда. Всего они содержат 36 литров воды и каждую минуту из них вытекает 4 литра воды. В первом сосуде на 18 литров воды меньше и вытекает она медленнее на три литра в минуту. Значит, через  $18:3=6$  минут воды в первом сосуде будет столько же сколько в двух вторых сосудах. В одном втором сосуде воды будет в два раза меньше, чем в первом сосуде.

*Ответ:* Через 6 минут.

**Упражнение 32.1.** В одном сосуде было 40 литров воды. В другом сосуде было 50 литров воды. Каждую минуту из первого сосуда вытекает 1 литр воды, а из второго 3 литра воды. Через сколько минут в первом сосуде останется в 5 раз больше воды, чем во втором?

*Ответ:* 15 минут.

**Упражнение 32.2.** В одном сосуде было 20 литров воды. В другом сосуде было 24 литра воды. Каждую минуту из первого сосуда вытекает 2 литр воды, а из второго 4 литра воды. Через сколько минут в первом сосуде останется в 2,5 раза больше воды, чем во втором?

*Ответ:* 5 минут.

**Задача 33.** Пассажирский поезд идет со скоростью 50 км/час. Пассажир, смотревший в окно, заметил, что встречный поезд проехал мимо него за 4 секунды. Какова скорость движения встречного поезда, если его длина равна 100 метров?

**Решение.** Встречный поезд двигался относительно пассажира со скоростью  $100:4=25$  м/сек или  $25\cdot3,6=90$  км/час. Собственная скорость встречного поезда равна  $90-50=40$  км/час.

*Ответ:* 40 км/час.

**Упражнение 33.1.** Пассажирский поезд идет со скоростью 60 км/час. Пассажир, смотревший в окно, заметил, что встречный поезд проехал мимо него за 3 секунды. Какова скорость движения встречного поезда, если его длина равна 120 метров?

*Ответ:* 84 км/час.

## 2. Задачи на проценты.

.Процентом (от латинского pro cento – с сотни) называется сотая часть. Необходимо помнить, что проценты всегда берутся от каких-либо числовых величин и чаще всего от разных. Поэтому складывать, вычитать, умножать и делить проценты не рекомендуется. Проценты используются обычно только для того, чтобы красиво и наглядно записать условие задачи или ответ. Для того, чтобы решить задачу с процентами, необходимо заменить проценты соответствующими десятичными дробями и решать задачу по правилам действия с дробями. Основные правила работы с процентами сформулированы в виде задач в начале этого пункта. При решении задач этого пункта используют те же методы, что и при решении задач на пропорции. Применение калькуляторов и составление уравнений не предполагается.

**Задача 1.** Число А составляет 40% от числа В. Сколько процентов число В составляет от числа А?

**Решение.**  $A=0,4B$ . Отсюда  $B = A/0,4 = 2,5A$ . Значит, число В составляет от числа А 250%.

*Ответ:* 250%.

**Упражнение 1.1.** Число А составляет 80% от числа В. Сколько процентов число В составляет от числа А?

*Ответ:* 125%.

**Задача 2.** Число А на 25% больше числа В. На сколько процентов число В меньше числа А?

**Решение.**  $A=1,25B$ . Отсюда  $B = A/1,25 = 0,8A$ . Значит, число В меньше числа А на 20%.

*Ответ:* 20%.

**Упражнение 2.1.** Число А на 150% больше числа В. На сколько процентов число В меньше числа А?

*Ответ:* 60%.

**Упражнение 2.2.** Первоначальную цену товара увеличили сначала на 60%, а затем еще на 25% от новой цены. На сколько процентов нужно уменьшить окончательную цену, чтобы вернуться к первоначальной цене?

*Ответ:* 50%.

**Упражнение 2.3.** Первоначальную цену товара повысили на 25%, а затем понизили на 36% от новой цены. На сколько процентов нужно повысить окончательную цену, чтобы вернуться к первоначальной цене?

*Ответ:* 25%.

**Упражнение 2.4.** Первоначальную цену товара повысили на 150%, а затем понизили на 50% от новой цены. Как нужно изменить окончательную цену, чтобы вернуться к первоначальной цене?

*Ответ:* понизить на 20%.

**Задача 3.** Число А больше числа В на 12%. Число В меньше числа С на 25%. На сколько процентов число А меньше числа С?

**Решение.** Так как  $A = 1,12B$ , а  $B = (1 - 0,25)C = 0,75C$ , то  $A = 1,12 \cdot 0,75C = 0,84C$ . Это означает, что число А меньше числа С на 16%.

*Ответ:* 16%.

**Упражнение 3.1.** Число А больше числа В на 35%. Число В меньше числа С на 60%. На сколько процентов число А меньше числа С?

*Ответ:* 46%.

**Упражнение 3.2.** Число А меньше числа В на 75%. Число В больше числа С на 56%. На сколько процентов число А меньше числа С?

*Ответ:* 61%.

**Упражнение 3.3.** 12% числа А больше 11% числа В на 20%. На сколько процентов число А больше числа В?

*Ответ:* 10%.

**Упражнение 3.4.** 2% числа А меньше 6% числа В на 60%. На сколько процентов число В больше числа А?

*Ответ:* 20%.

**Задача 4.** Число деталей по плану составляет 80% от числа изготовленных деталей. На сколько процентов перевыполнен план?

**Решение.** Число деталей по плану составляет 0,8 от числа изготовленных деталей. Значит, число изготовленных деталей составляет  $1:0,8 = 1,25$  от числа деталей по плану. План перевыполнен на 25%.

*Ответ:* 25%.

**Упражнение 4.1.** Прибыль составляет 20% от стоимости товара. Сколько процентов составляет прибыль от себестоимости товара?

*Ответ:* 25%.

**Задача 5.** Доска длины 525 см распилена на 2 части так, что одна часть короче другой на 25%. Чему равна длина короткой части?

**Решение.** Пусть длина большей части доски равна 4 у.е., тогда, длина меньшей части равна 3 у.е. Длина всей доски составляет 7 у.е. По условию длина всей доски равна 525 см. Значит 1 у.е. составляет  $525:7 = 75$  см. Короткая часть составляет  $3 \cdot 75 = 225$  см.

*Ответ:* 225 см.

**Упражнение 5.1** Доска длины 436 см распилена на 2 части так, что одна часть длиннее другой на 18%. Чему равна длина короткой части?

*Ответ:* 200 см.

**Задача 6.** Из 20% раствора соли испарилось 25% имеющейся в нем воды. Найти концентрацию получившегося раствора.

**Решение.** Примем вес раствора за 5 условных единиц. Тогда, 1 у.е. составляет соль и 4 у.е. составляет вода. Испарилось  $4 \cdot 0,25 = 1$  у.е. воды. В полученном растворе будет 1 у.е. соли и 3 у.е. воды. Концентрация его равна  $1:(1+3) \cdot 100\% = 25\%$

*Ответ:* 25%.

**Упражнение 6.1.** Из 25% раствора соли испарилось 50% имеющейся в нем воды. Найти концентрацию получившегося раствора.

*Ответ:* 40%.

**Задача 7.** Из бочки вылили  $\frac{2}{5}$  имеющегося количества воды, а затем еще 3 ведра. В результате, в бочке осталось 35% первоначального количества воды. Сколько ведер воды было в бочке?

**Решение.** Из бочки вылили  $\frac{2}{5}$ , то есть 40% воды, затем 3 ведра и осталось 35% воды. Поэтому 3 ведра составляют  $100\% - 40\% - 35\% = 25\%$  всего количества воды в бочке. Всего воды было  $3/0,25 = 12$  ведер.

*Ответ:* 12 ведер.

**Упражнение 7.1.** Из бочки вылили  $\frac{2}{3}$  имеющегося количества воды, а затем еще 2 ведра. В результате, в бочке осталось 15% первоначального количества воды. Сколько ведер воды было в бочке?

*Ответ:* 15 ведер.

**Задача 8.** После того, как из сосуда вылили 8% имеющейся в нем воды, в сосуде осталось 23 литра воды. Сколько воды было первоначально в сосуде?

**Решение.** Оставшиеся в сосуде 23 литра воды составляют  $100 - 8 = 92\%$  всей жидкости. Значит, в сосуде было  $23/0,92 = 25$  литров воды.

*Ответ:* 25 литров.

**Упражнение 8.1.** Когда из корзины взяли 45% лежавших в ней яблок, то в ней осталось 22 яблока. Сколько яблок было в корзине?

*Ответ:* 40 яблок.

**Задача 9.** Из первой корзины переложили во вторую корзину 20% лежащих в ней яблок. Затем из второй корзины переложили в первую 30% имеющихся в ней яблок. В результате, в каждой корзине оказалось по 28 яблок. Сколько яблок первоначально было в каждой корзине?

**Решение.** Когда из второй корзины брали 30% яблок, в ней находилось  $28/0,7 = 40$  яблок. Значит, в первой корзине было 16 яблок. Когда из первой корзины брали 20% яблок, в ней было  $16/0,8 = 20$  яблок, а во второй корзине было 36 яблок.

*Ответ:* 20 яблок и 36 яблок соответственно.

**Упражнение 9.1.** Из первой корзины переложили во вторую корзину 55% лежащих в ней яблок. Затем из второй корзины переложили в первую 40% имеющихся в ней яблок. В результате, в каждой корзине оказалось по 54 яблока. Сколько яблок первоначально было в каждой корзине?

*Ответ:* 40 яблок и 68 яблок.

**Упражнение 9.2.** Из первой коробки переложили во вторую коробку 60% лежащих в ней игрушек. Затем из второй коробки переложили в первую 45% имеющихся в ней игрушек. В результате, в каждой коробке оказалось по 44 игрушки. Сколько игрушек первоначально было в каждой коробке?

*Ответ:* 20 игрушек и 68 игрушек.

**Упражнение 9.3.** Из одной бочки перелили во вторую бочку 35% находящегося в ней керосина. Затем из второй бочки перелили в первую 25% находящегося в ней керосина. В результате, в каждой бочке оказалось по 78 литров керосина. Сколько литров керосина было первоначально в каждой бочке?

*Ответ:* 80 литров и 76 литров.

**Упражнение 9.3.** Из первого бидона перелили во второй 40% находящегося в нем молока. Затем из второго бидона перелили в третий 28% находящегося в нем молока. Затем из третьего бидона перелили в первый 25% находящегося в нем молока. В результате, в каждом бидоне оказалось по 18 литров молока. Сколько литров молока было первоначально в каждом бидоне?

*Ответ:* 20 литров, 17 литров и 17 литров.

**Задача 10.** Посевы овса занимают 65% площади первого поля, 45% площади второго поля и 53% общей площади. Какую часть общей площади составляет первое поле?

**Решение.** На первом поле овса на 12% больше, а на втором на 8% меньше, чем количество овса на общей площади. Значит, площадь первого поля относится к площади второго как 8:12 или 2:3. Следовательно, первое поле составляет  $\frac{2}{5}$  общей площади или 40%.

*Ответ:* 40%.

**Упражнение 10.1.** Посевы риса занимают 40% площади первого поля, 75% площади второго поля и 60% общей площади. Какую часть общей площади составляет первое поле?

*Ответ:* 30%.

**Задача 11.** Влажность свежескошенной травы равна 45%. А сена 15%. Сколько сена получится из 119 кг травы?

**Решение.** Сухое вещество в траве составляет 55% и весит  $119 \cdot 0,55 = 65,45$  кг. В сене это же вещество составляет 85%. Вес сена  $65,45 / 0,85 = 77$  кг.

*Ответ:* 77 кг.

**Упражнение 11.1.** Влажность свежескошенной травы равна 48%. Влажность сена равна 17%. Сколько сена получится из 166 кг травы?

*Ответ:* 104 кг.

**Задача 12.** Влажность свежескошенной травы равна 60%, а сена 15%. Сколько травы нужно скосить, чтобы получить 80 кг сена?

**Решение.** Сухое вещество в сене составляет 85% и весит  $80 \cdot 0,85 = 68$  кг. В траве это вещество составляет 40% и трава весит  $68 / 0,4 = 170$  кг.

*Ответ:* 170 кг.

**Упражнение 12.1.** Влажность свежескошенной травы равна 54%. Влажность сена равна 13%. Сколько травы нужно скосить, чтобы получить 92 кг сена?

*Ответ:* 174 кг.

**Задача 13.** Букинистический магазин продал книгу со скидкой в 8% с первоначально назначенной цены и получил при этом 15% прибыли. Сколько процентов прибыли первоначально предполагал получить магазин?

**Решение.** Пусть книга стоила магазину 100 у.е. Провал магазин ее за 115 у.е., что составляет по условию 92% суммы, которую он хотел получить. Он хотел получить  $115 / 0,92 = 125$  у.е., то есть 25% прибыли.

*Ответ:* 25%

**Упражнение 13.1.** Букинистический магазин продал книгу со скидкой в 20% с первоначально назначенной цены и получил при этом 12% прибыли. Сколько процентов прибыли первоначально предполагал получить магазин?

*Ответ:* 40%

**Задача 14.** Толстая свеча сгорает за 6 часов. Тонкая свеча длиннее, чем толстая и сгорает за 2 часа. Через 1 час, после того, как их одновременно зажгли, тонкая свеча стала на 20% короче толстой. На сколько процентов толстая свеча была короче тонкой первоначально?

**Решение.** Пусть длина толстой свечи равна 6 у.е. Через 1 час после того, как свечи зажгли, толстая свеча будет иметь длину 5 у.е., а тонкая на 20% меньше, т.е. 4 у.е., что составляет половину длины тонкой свечи. Значит, длина тонкой свечи была первоначально 8 у.е. и толстая свеча короче тонкой на 25%.

*Ответ:* На 25%.

**Упражнение 14.1.** Толстая свеча сгорает за 9 часов. Тонкая свеча длиннее, чем толстая и сгорает за 4 часа. Через 2 часа, после того, как их одновременно зажгли, тонкая свеча стала на 10% короче толстой. На сколько процентов тонкая свеча была длиннее толстой первоначально?

*Ответ:* На 40%.

**Упражнение 14.2.** Толстая свеча сгорает за 7 часов. Тонкая свеча длиннее, чем толстая и сгорает за 4 часа. Через 3 часа, после того, как их одновременно зажгли, тонкая свеча стала на 30% короче толстой. На сколько процентов тонкая свеча была длиннее толстой первоначально?

*Ответ:* На 60%.

**Задача 15.** Пройдя половину пути от деревни до города, турист увеличил скорость на 25% и пришел в город на 5 минут раньше, чем планировал. Сколько всего времени потратил турист на путь от деревни до города?

**Решение.** Скорость второй половины пути составляет  $\frac{5}{4}$  от скорости первой половины пути. Поэтому, время, затраченное на вторую половину пути, будет составлять  $\frac{4}{5}$  времени, от затраченного на первую половину пути и 5 минут является  $\frac{1}{5}$  частью времени, затраченного на первую половину пути. На первую половину пути затрачено 25 минут, на вторую 20 минут и всего 45 минут.

*Ответ:* 45 минут.

**Упражнение 15.1.** Проехав  $\frac{1}{3}$  всего пути от  $A$  до  $B$ , велосипедист увеличил скорость на 20% и приехал в  $B$  на 7 минут раньше, чем планировал. Сколько времени затратил велосипедист на весь путь?

*Ответ:* 56 минут.

**Задача 16.** Проехав  $\frac{1}{3}$  пути со скоростью 21 км/час, велосипедист изменил скорость и на остаток пути затратил времени на 25% больше, чем на первую часть пути. Чему равна средняя скорость движения велосипедиста?

**Решение.** Пусть время движения на первом отрезке пути составляет 4 у.е., тогда время движения на втором отрезке пути составляет 5 у.е. Длина первого отрезка равна  $21 \cdot 4 = 84$  у.е. Длина второго отрезка равна 168 у.е. Весь путь составляет  $84 + 168 = 252$  у.е., а время на него затрачено 9 у.е. Средняя скорость движения равна  $\frac{252}{9} = 28$  км/час.

*Ответ:* 28 км/час

**Упражнение 16.1.** Проехав  $\frac{2}{5}$  пути со скоростью 48 км/час, велосипедист изменил скорость и на остаток пути затратил времени на 40% больше, чем на первую часть пути. Чему равна средняя скорость движения велосипедиста?

*Ответ:* 50 км/час.

**Задача 17.** Турист прошел 15% всего пути и 20% оставшегося пути. После этого ему осталось пройти 17 км. Чему равен весь путь?

**Решение.** Пусть весь путь составляет 100 у.е. Турист прошел 15 у.е., а потом еще  $0,2(100-15) = 17$  у.е. пути. Ему осталось пройти  $100 - 15 - 17 = 68$  у.е., что составляет 17 км. Значит 4 у.е. равны 1 км. Весь путь равен  $100 : 4 = 25$  км.

*Ответ:* 25 км.

**Упражнение 17.1.** После того, как турист прошел 16% всего пути и 80% оставшегося пути ему осталось пройти 21 км. Чему равен весь путь?

*Ответ:* 125 км.

**Упражнение 17.2.** После того, как турист прошел 48% всего пути и 40% оставшегося пути ему осталось пройти 39 км. Чему равен весь путь?

*Ответ:* 125 км.

**Задача 18.** Турист прошел 4 км и 40% оставшегося пути. После этого ему осталось пройти 30% всего пути. Чему равен весь путь?

**Решение.** Из условия задачи следует, что 60% оставшегося пути составляют 30% всего пути. Значит, весь путь в 2 раза длиннее остатка и 4 км - половина пути. Весь путь равен 8 км.

*Ответ:* 8 км.

**Упражнение 18.1.** Турист прошел 6 км и 30% оставшегося пути. После этого ему осталось пройти 40% всего пути. Чему равен весь путь?

*Ответ:* 14 км.

**Упражнение 18.2.** Турист прошел 10 км и 30% оставшегося пути. После этого ему осталось пройти 45% всего пути. Чему равен весь путь?

*Ответ:* 28 км.

**Задача 19.** Проехав 10% всего пути пассажир заснул. Когда он проснулся, то оказалось, что ему осталось проехать 20% того пути, который он проехал спящим. Какую часть всего пути пассажир проспал?

**Решение.** Примем весь путь за 100 условные единицы. До того, как заснуть пассажир проехал 10 у.е. и ему осталось проехать еще 90 у.е. пути. Когда он проснулся, то ему осталось проехать 20% от той части пути, которую он проехал спящим. Поэтому, спящим он проехал  $90 \cdot \frac{100}{120} = 75$  у.е. пути. Это составляет 75% всего пути.

*Ответ:* 75%

**Упражнение 19.1.** Проехав 5% всего пути пассажир заснул. Когда он проснулся, то оказалось, что ему осталось проехать 25% того пути, который он проехал спящим. Какую часть всего пути пассажир проспал?

*Ответ:* 76%.

**Упражнение 19.2.** Проехав 45% всего пути пассажир заснул. Когда он проснулся, то оказалось, что ему осталось проехать 25% того пути, который он проехал спящим. Какую часть всего пути пассажир проспал?

*Ответ:* 44%.

**Задача 20.** В первом цехе станков на 15% больше, чем во втором, но производительность каждого станка первого цеха на 20% меньше производительности станка второго цеха. Какой цех выпускает продукции меньше и на сколько процентов?

**Решение:** Предположим, что во втором цехе 40 условных станков и производительность каждого 5 у.е. Тогда, второй цех выпускает 200 у.е. продукции. По условию, в первом цехе станков на 15% больше т.е. 46 условных станков. Производительность каждого на 20% меньше т.е. равна 4 у.е. Значит, первый цех выпускает 184 у.е. продукции. Первый цех выпускает продукции меньше на 16 у.е., что составляет 8% от количества продукции второго цеха.

**Ответ:** Первый, на 8%.

**Упражнение 20.1.** В первом цехе станков на 30% больше, чем во втором, но производительность каждого станка первого цеха на 10% меньше производительности станка второго цеха. Какой цех выпускает продукции больше и на сколько процентов?

**Ответ:** Первый, на 17%.

**Упражнение 20.2.** В первом цехе станков на 60% больше, чем во втором, но производительность каждого станка первого цеха на 45% меньше производительности станка второго цеха. Какой цех выпускает продукции меньше и на сколько процентов?

**Ответ:** Первый, на 12%.

**Задача 21.** В одном сосуде 2 литра 10% раствора кислоты. Во втором сосуде 9 литров 30% раствора кислоты. Сколько литров жидкости нужно перелить из одного сосуда в другой, чтобы кислоты в нем было 22%?

**Решение.** Чтобы получить смесь, в которой кислота составляет 22% всей жидкости нужно смешать первую и вторую жидкости в пропорции  $(30-22):(22-10)=2:3$ . Поэтому, для выполнения требования задачи, нужно перелить 6 литров из первого сосуда во второй или 3 литра из второго сосуда в первый. Но в первом сосуде всего 2 литра раствора. Значит, нужно перелить 3 литра раствора из второго сосуда в первый.

**Ответ:** 3 литра из второго в первый.

**Упражнение 21.1.** В одном сосуде 17 литров 8% кислоты. Во втором сосуде 15 литров 30% кислоты. Сколько литров жидкости нужно перелить из одного сосуда в другой, чтобы получить в нем 13% раствор кислоты?

**Ответ:** 5 литров из второго в первый.

**Упражнение 21.2.** В одном сосуде 20 литров 10% кислоты. Во втором сосуде 12 литров 35% кислоты. Сколько литров жидкости нужно перелить из одного сосуда в другой, чтобы получить в нем 25% раствор кислоты?

**Ответ:** 8 литров из первого во второй.

**Задача 22.** Одно изобретение экономит 30% топлива, второе изобретение экономит 40% топлива и третье изобретение экономит 50% топлива. Сколько топлива экономят все три изобретения вместе?

**Решение.** Предположим, что расходуется 100 у.е топлива.

После применения первого изобретения расход топлива равен  $100(1-0,3) = 70$  у.е. После применения второго изобретения расход топлива будет равен  $70(1-0,4) = 42$  у.е. После применения третьего изобретения расход топлива составит  $42(1-0,5) = 21$  у.е. Таким образом общая экономия топлива составляет 79%.

**Ответ:** 79%

**Упражнение 22.1.** Одно изобретение экономит 10% топлива, второе изобретение экономит 20% топлива и третье изобретение экономит 50% топлива. Сколько топлива экономят все три изобретения вместе?

**Ответ:** 64%

**Задача 23.** Зарплату рабочего увеличили на 40%, а цены на товары снизили на 20%. На сколько процентов товаров больше может теперь купить рабочий?

**Решение.** Предположим, что зарплата рабочего составляет 100 у.е., а цена единицы товара 5 у.е. Тогда, рабочий может купить  $100:5 = 20$  у.е. товара. Новая зарплата равна 140 у.е., новая цена равна 4 у.е. Теперь рабочий может купить  $140:4 = 35$  у.е. товара. Это на 15 у.е. больше, что составляет  $15/20 = 0,75$  или 75%.

**Ответ:** 75%

**Упражнение 23.1.** Пенсию повысили на 11%, а цены на продукты повысили на 48%. На сколько процентов меньше продуктов может теперь купить пенсионер?

**Ответ:** 25%

**Задача 24.** Некто купил 2 предмета за 98 рублей. Наценив первый предмет на 20%, а второй на 13%, он получил 16% прибыли. По какой цене он продал каждый предмет?

**Решение.** Мы получим 16% прибыли, если начальная цена первого предмета относится к начальной цене второго предмета как  $(16-13):(20-16)=3:4$ . Значит, первый предмет был куплен за 42 рубля, а второй за 56 рублей. После наценки предметы будут стоить 50 рублей 40 копеек и 63 рубля 28 копеек соответственно.

**Ответ:** 50 рублей 40 копеек и 63 рубля 28 копеек.

**Упражнение 24.1.** Некто купил 2 предмета за 55 рублей. Наценив первый предмет на 52%, а второй на 30%, он получил 40% прибыли. По какой цене он продал каждый предмет?

**Ответ:** 38 рублей и 39 рублей.

**Упражнение 24.2.** Некто купил 2 предмета за 60 рублей. Наценив первый предмет на 45%, а второй на 30%, он получил 24 рубля прибыли. По какой цене он продал каждый предмет?

**Ответ:** 58 рублей и 26 рублей.

**Задача 25.** В двух бочках было всего 40 ведер воды. Когда из первой бочки взяли 5 ведер воды, а из второй бочки взяли 7 ведер воды, то в первой бочке осталось на 25% воды меньше, чем во второй. Сколько ведер воды было первоначально в каждой бочке?

**Решение.** После того, как часть воды из бочек взяли, в них осталось  $40 - 5 - 7 = 28$  ведер воды. По условию задачи это количество воды распределено в бочках в отношении  $(100 - 25) : 100 = 3 : 4$ . Поэтому, в первой бочке 12 ведер воды и во второй бочке 16 ведер воды. Первоначально в первой бочке было 17 ведер воды, а во второй 23 ведра воды.

**Ответ:** 17 ведер и 23 ведра.

**Упражнение 25.1.** В двух бочках было всего 55 ведер воды. Когда из первой бочки взяли 10 ведер воды, а из второй бочки взяли 11 ведер воды, то в первой бочке осталось на 30% воды меньше, чем во второй. Сколько ведер воды было первоначально в каждой бочке?

**Ответ:** 24 и 31 ведр соответственно.

**Упражнение 25.2.** В двух бочках было всего 50 ведер воды. Когда из первой бочки взяли 9 ведер воды, а из второй бочки взяли 13 ведер воды, то во второй бочке осталось на 80% воды больше, чем в первой. Сколько ведер воды было первоначально в каждой бочке?

**Ответ:** 19 и 31 ведр соответственно.

**Задача 26.** В одном сосуде было 40 литров воды. В другом сосуде было 50 литров воды. Каждую минуту из первого сосуда вытекает 2 литра воды, а из второго 3 литра воды. Через сколько минут в первом сосуде останется воды на 50% больше, чем во втором?

**Решение.** Объем воды в первом сосуде должен относиться к объему воды во втором сосуде как 3:2. поэтому, предположим, что у нас 2 первых сосуда и 3 вторых сосуда. Первые сосуда содержат 80 литров воды и каждую минуту из них вытекает 4 литра воды. Вторые сосуда содержат 150 литров воды и каждую минуту из них вытекает 9 литров воды. В первых сосудах на 70 литров воды меньше и вытекает она медленнее на 5 литра в минуту. Значит, через  $70 : 5 = 14$  минут воды в первых сосудах будет столько же сколько во вторых сосудах. В одном первом сосуде воды будет на 50% меньше, чем в одном втором сосуде.

**Ответ:** Через 14 минут.

**Упражнение 26.1.** В одном сосуде было 40 литров воды. В другом сосуде было 50 литров воды. Каждую минуту из первого сосуда вытекает 4 литра воды, а из второго 3 литра воды. Через сколько минут во втором сосуде останется воды на 50% больше, чем в первом?

**Ответ:** 6 минут.

**Упражнение 26.2.** В одном сосуде было 10 литров воды. В другом сосуде было 12 литров воды. Каждую минуту из первого сосуда вытекает 2 литр воды, а из второго 3 литра воды. Через сколько минут во втором сосуде воды останется на 25% меньше, чем в первом?

**Ответ:** 3 минуты.

**Задача 27.** В двух сосудах было всего 60 литров воды. Из первого сосуда 20% воды перелили во второй сосуд. В результате, в первом сосуде воды стало на 50% меньше, чем во втором сосуде. Сколько воды было в каждом сосуде первоначально?

**Решение.** После того, как часть воды перелили, общее количество воды не изменилось. Отношение объемов воды в сосудах стало  $50 : 100 = 1 : 2$ . Значит, в первом сосуде 20 литров воды, а во втором сосуде 40 литров воды. Из первого сосуда вылили 20% воды и, поэтому, 20 литров составляют 80% того количества воды, которое было в первом сосуде первоначально. Первоначально в первом сосуде было  $20 / 0,8 = 25$  литров воды и во втором  $60 - 25 = 35$  литров воды.

**Ответ:** 25 литров и 35 литров.

**Упражнение 27.1.** В двух сосудах было всего 99 литров воды. Из первого сосуда 25% воды перелили во второй сосуд. В результате, в первом сосуде воды стало на 35% меньше, чем во втором сосуде. Сколько воды было в каждом сосуде первоначально?

**Ответ:** 52 литра и 47 литров.

**Упражнение 27.2.** В двух сосудах было всего 77 литров воды. Из первого сосуда 30% воды перелили во второй сосуд. В результате, в первом сосуде воды стало на 20% больше, чем во втором сосуде. Сколько воды было в каждом сосуде первоначально?

**Ответ:** 60 литров и 17 литров.

**Упражнение 27.3.** В двух сосудах было всего 69 литров воды. Из первого сосуда 25% воды перелили во второй сосуд. В результате, в первом сосуде воды стало на 30% больше, чем во втором сосуде. Сколько воды было в каждом сосуде первоначально?

**Ответ:** 52 литра и 17 литров.

**Задача 28.** Получив премию за изобретение, изобретатели решили поделить ее поровну. Сначала первый получил 9 тысяч рублей и 8% оставшейся суммы. Затем второй получил 15 тысяч рублей и 8% оставшейся суммы. Третий получил 21 тысячу рублей и 8% оставшейся суммы и так далее. Сколько было изобретателей и сколько получил каждый?

**Решение.** Восемь процентов остатка суммы, после получения первым 9 тысяч рублей, отличается от 8% остатка суммы, после получения вторым 15 тысяч рублей, на 6 тысяч рублей. Поэтому эти остатки отличаются на

6:0,08=75 тысяч рублей. Это справедливо для всех последовательно взятых изобретателей. У последнего изобретателя остатка не было и значит, у предпоследнего изобретателя остаток был равен 75 тысяч рублей. Когда предпоследний изобретатель взял от своего остатка в 75 тысяч рублей 8%, то последнему осталась сумма  $75(1-0,08)=69$  тысяч рублей, которую он и взял целиком. Таким образом, каждый изобретатель получил 69 тысяч рублей. Изобретателей было  $(69-9):6+1=11$  человек.

*Ответ:* 11 человек, 69 тысяч рублей.

**Упражнение 28.1.** Набрав грибов, школьники поделили их поровну. При этом первый взял 5 грибов и 10% оставшихся грибов. Второй взял 10 грибов и 10% оставшихся грибов. Третий взял 15 грибов и 10% оставшихся грибов и так далее. Сколько всего грибов набрали школьники, сколько получил каждый?

*Ответ:* 405 грибов; 45 грибов.

**Упражнение 28.2.** Набрав грибов, школьники поделили их поровну. При этом первый взял 2 гриба и 12% оставшихся грибов. Второй взял 8 грибов и 12% оставшихся грибов. Третий взял 14 грибов и 12% оставшихся грибов и так далее. Сколько всего грибов набрали школьники, сколько было школьников?

*Ответ:* 352 гриба; 8 школьников.

### 3. Сложные проценты.

В начале этого пункта рассматриваются ситуации, приводящие к понятию сложного процента. При решении большинства задач используется метод составления уравнений. Возможно применение калькуляторов.

**Задача 1.** Сбербанк начисляет  $P\%$  годовых. Вкладчик положил на счет  $A$  рублей. Сколько рублей получит вкладчик через  $N$  лет?

**Решение.** Через 1 год вкладчик получит  $A + AP/100 = A(1 + P/100)$  рублей. Аналогично, через 2 года он получит  $A(1 + P/100)^2$  рублей. Через  $N$  лет вкладчик получит  $A(1 + P/100)^N$  рублей.

*Ответ:*  $A(1 + P/100)^N$  рублей.

**Упражнение 1.1.** Сосуд содержит  $A$  литров глицерина. Каждый час количество глицерина в сосуде уменьшается на  $P\%$ . Сколько глицерина будет в сосуде через  $N$  часов?

*Ответ:*  $A(1 - P/100)^N$  литров.

**Задача 2.** После двух последовательных снижений цен на одно и то же число процентов цена магнитофона упала с 500 рублей до 320 рублей. На сколько процентов снижали цену магнитофона каждый раз?

**Решение.** Предположим, что цену снижали на  $P\%$  каждый раз. По условию задачи  $500(1-P/100)^2 = 320$ . Отсюда,  $1-P/100 = 4/5$  и  $P = 20\%$ .

*Ответ:* 20%.

**Упражнение 2.1.** После трех последовательных повышений зарплаты на одно и то же число процентов она выросла с 2000 рублей до 2662 рубля. На сколько процентов повышали зарплату каждый раз?

*Ответ:* 10%.

**Упражнение 2.2.** Население города увеличилось за два года с 30000 человек до 34992 человека. Найдите средний ежегодный процент прироста населения этого города.

*Ответ:* 8%.

**Задача 3.** Наполненная водой бочка оказалась дырявой. Через 3 часа после наполнения в ней осталось воды на 36% меньше, чем было через 1 час после наполнения. Сколько процентов воды вытекает из бочки за 1 час?

**Решение.** Пусть  $P\%$  вытекает из бочки за 1 час. По условию задачи  $(1 - P/100)^3 = 0,64(1 - P/100)$ . Отсюда  $(1 - P/100)^2 = 0,64$  и  $(1-P/100) = 0,8$ . Значит, из бочки вытекает 20% воды за 1 час.

*Ответ:* 20%

**Упражнение 3.1.** Фермер положил в банк 10000 рублей и через 4 года получил всего 14400 рублей. Сколько рублей он бы получил через 6 лет?

*Ответ:* 17280 рублей.

**Упражнение 3.2.** Бензин оставили в открытой канистре. Через 5 часов в ней осталось на 48,8% бензина меньше, чем было через 2 часа. Сколько процентов бензина испаряется за 1 час?

*Ответ:* 20%

**Задача 4.** Из сосуда содержащего 20 литров 64% раствора кислоты отлили некоторое количество раствора и долили столько же воды. После того, как эту процедуру повторили еще 2 раза, отливая такое же количество раствора, в сосуде получился раствор содержащий 27% кислоты. Сколько литров раствора отливали каждый раз?

**Решение.** После того, как  $X$  литров раствора первый раз заменили водой, концентрация раствора стала равна  $64(20 - X)/20 = 64(1-X/20)\%$ . Когда это сделали еще 2 раза, концентрация раствора стала равна  $64(1-X/20)^3 \%$ . По условию задачи  $64(1-X/20)^3 = 27$ . Отсюда  $X = 5$ .

*Ответ:* 5 литров.

**Упражнение 4.1.** Из сосуда содержащего 36% раствор кислоты отлили 2 литра раствора и долили столько же воды. После того, как эту процедуру повторили еще 1 раз, отлив такое же количество раствора, в сосуде получился

раствор содержащий 25% кислоты. Сколько литров раствора находится в сосуде?

*Ответ:* 12 литров.

**Упражнение 4.2.** Из сосуда содержащего 64% раствор кислоты отлили некоторое количество раствора и долили столько же воды. После того, как эту процедуру повторили еще раз, отлив такое же количество раствора, в сосуде получился раствор содержащий 49% кислоты. Сколько процентов раствора отливали каждый раз?

*Ответ:* 12,5%.

**Задача 5.** Сначала цену на товар повысили на 25%, а затем понизили на 50%. На сколько процентов нужно повысить цену на товар, чтобы вернуться к первоначальной цене?

**Решение.** Примем первоначальную стоимость товара за 1, а необходимое повышение цены за  $X\%$ . Тогда по условию задачи

$$\left(1 + \frac{25}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{50}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{X}{100}\right) = 1$$

Отсюда находим  $X=60\%$ .

*Ответ:* 60%

**Упражнение 5.1.** Сначала цену на товар повысили на 60%, а затем понизили на 75%. На сколько процентов нужно повысить цену на товар, чтобы вернуться к первоначальной цене?

*Ответ:* 150%

**Упражнение 5.2.** Сначала цену на товар повысили на 150%, а затем понизили на 50%. На сколько процентов нужно понизить цену на товар, чтобы вернуться к первоначальной цене?

*Ответ:* 20%

**Упражнение 5.3.** Сначала цену на товар повысили на 25%, а затем повысили на 28%. На сколько процентов нужно понизить цену на товар, чтобы вернуться к первоначальной цене?

*Ответ:* 37,5%

**Упражнение 5.4.** Сначала цену на товар понизили на 50%, а затем понизили на 60%. На сколько процентов нужно повысить цену на товар, чтобы вернуться к первоначальной цене?

*Ответ:* 400%

**Задача 6.** Из сосуда, содержащего 10% раствор кислоты вылили некоторое количество во второй сосуд, содержащий 4 литра 11% раствора кислоты. Содержимое перемешали и такое же количество раствора, как и в первый раз, перелили в третий сосуд, содержащий 5 литров 15% раствора. В результате концентрация кислоты в третьем сосуде уменьшилась на 2%. Сколько раствора переливали каждый раз?

**Решение.** Пусть  $X$  литров - количество раствора, которое переливали каждый раз. Концентрация раствора во втором сосуде после перемешивания равна в долях  $(0,1X+0,44)/(X+4)$ . Концентрация раствора в третьем сосуде в долях будет равна  $(0,75 + X(0,1X+0,44)/(X+4))/(X+5)$ . По условию задачи эта концентрация равна 0,13. Решив полученное уравнение  $(0,75 + X(0,1X+0,44)/(X+4))/(X+5) = 0,13$  получим  $X = 4$ .

*Ответ:* 4 литра.

**Упражнение 6.1.** Из сосуда, содержащего 30% раствор кислоты перелили 7,5 литров во второй сосуд, содержащий 5 литра 13% раствора кислоты. Содержимое перемешали и такое же количество раствора, как и в первый раз, перелили в третий сосуд, содержащий 8 литров 48% раствора.

На сколько процентов уменьшилась концентрация кислоты в третьем сосуде ?

*Ответ:* на 12%

**Задача 7.** Из сосуда, содержащего 8 литров 35% раствора кислоты вылили некоторое количество во второй сосуд, содержащий 6 литра 51% раствора кислоты. Содержимое перемешали и такое же количество раствора, как и в первый раз, перелили в первый сосуд. В результате концентрация кислоты в первом сосуде увеличилась до 38%. Сколько раствора переливали каждый раз?

**Решение.** Пусть  $X$  литров - количество раствора, которое переливали каждый раз. Концентрация раствора во втором сосуде после перемешивания равна в долях  $(0,35X+0,51 \cdot 6)/(X+6)$ . Концентрация раствора в первом сосуде после переливания смеси из второго сосуда равна  $(X(0,35X+0,51 \cdot 6)/(X+6)+0,35(8-X))/8$ . По условию задачи она равна 0,38. Получаем уравнение  $(X(0,35X+0,51 \cdot 6)/(X+6)+0,35(8-X))/8=0,38$

Отсюда,  $X = 2$ .

*Ответ:* 2литра

**Упражнение 7.1.** Из сосуда, содержащего 8 литров 24% раствора кислоты вылили некоторое количество во второй сосуд, содержащий 4 литра 80% раствора кислоты. Содержимое перемешали и такое же количество раствора, как и в первый раз, перелили в первый сосуд. В результате концентрация кислоты в первом сосуде увеличилась до 36%. Сколько раствора переливали каждый раз?

*Ответ:* 3 литра

**Задача 8.** Первый сплав содержит 5% меди, 5% олова и 90% цинка. Второй сплав содержит 55% меди и 45% олова. Третий сплав содержит 25% меди, 60% олова и 15% цинка. Из этих сплавов хотят получить сплав, содержащий 45% меди. Сколько процентов олова может быть в таком сплаве?

**Решение.** Получить нужный сплав без использования второго сплава невозможно, поэтому примем его количество за 1 условную единицу.



Количество первого сплава обозначим за  $X$  у.е., а третьего за  $Y$  у.е., причем  $X$  и  $Y$  величины неотрицательные. Меди в первом сплаве содержится  $0,05X$  у.е., во втором  $0,55$  у.е. и в третьем  $0,25Y$  у.е. В новом сплаве меди содержится  $0,45(1+X+Y)$  у.е. Поэтому,

$0,05X + 0,55 + 0,25Y = 0,45(1+X+Y)$ . Приведа подобные получим  $4X + 2Y = 1$  или  $X = (1-2Y)/4$ . В силу неотрицательности  $X$  мы видим, что  $Y$

$0,5$ . Посчитаем долю олова в новом сплаве как функцию от  $Y$ .

$S(Y) = (0,05X + 0,45 + 0,6Y)/(1+X+Y) = (1,15Y + 0,925)/(Y+2,5)$ .

Теперь нам нужно найти наименьшее и наибольшее значение функции  $S(Y)$  на промежутке  $[0; 0,5]$ . Это стандартная школьная задача, которая решается обычно с помощью производной. Но в данном случае проще представить функцию  $S(Y)$  в виде  $S(Y) = 1,15 - 1,95/(Y+2,5)$  и заметить, что это уравнение гиперболы. График ее перевернут и смещен на  $2,5$  единицы влево и на  $1,15$  вверх. На промежутке  $[0; 0,5]$  функция  $S(Y)$  монотонно возрастает от  $S(0) = 0,37$  до  $S(0,5) = 0,5$ . Следовательно, наименьшее количество олова в новом сплаве равно  $37\%$ , а наибольшее  $50\%$ .

*Ответ:* от  $37\%$  до  $50\%$ .

**Упражнение 8.1.** Первый сплав содержит  $5\%$  меди,  $10\%$  олова и  $85\%$  цинка. Второй сплав содержит  $35\%$  меди  $40\%$  олова и  $25\%$  цинка. Третий сплав содержит  $10\%$  меди,  $5\%$  олова и  $85\%$  цинка. Из этих сплавов хотят получить сплав, содержащий  $30\%$  меди. Сколько процентов олова может быть в таком сплаве?

*Ответ:* от  $33\%$  до  $35\%$ .

**Упражнение 8.2.** Есть три смеси содержащие гипс, цемент и песок. В первой смеси содержится  $30\%$  гипса и  $25\%$  цемента. Вторая смесь содержит  $5\%$  гипса и  $5\%$  цемента. Третья смесь содержит  $55\%$  гипса и  $15\%$  цемента. Из этих смесей хотят получить смесь, содержащую  $35\%$  гипса. Сколько процентов цемента может быть в такой смеси?

*Ответ:* от  $11\%$  до  $23\%$ .

**Задача 9.** Из сосуда содержащего  $10\%$  раствор кислоты вылили  $2/3$  раствора в отдельный сосуд и, увеличив концентрацию раствора в  $4$  раза, вернули такое же количество раствора обратно. Чему равна теперь концентрация раствора в первом сосуде?

*Решение.* Задачу можно сформулировать в более удобной форме.

Какой концентрации получится раствор, если смешать  $1$  часть  $10\%$  раствора с двумя частями  $40\%$  раствора. Концентрация в долях будет равна  $(0,1+2\cdot 0,4)/3 = 0,3$ .

*Ответ:*  $30\%$

**Упражнение 9.1.** Из сосуда содержащего  $15\%$  раствор кислоты вылили  $2/5$  раствора в отдельный сосуд и, увеличив концентрацию раствора в  $6$  раза,

вернули такое же количество раствора обратно. Чему равна теперь концентрация раствора в первом сосуде?

*Ответ:*  $45\%$

**Задача 11.** Смешали  $5$  литров  $10\%$  раствора и  $6$  литров  $25\%$  раствора. Сколько литров  $40\%$  раствора нужно добавить к смеси, чтобы получить  $20\%$  раствор?

*Решение.* Пусть  $x$  литров нужно добавить к смеси. Тогда, по условию задачи  $5\cdot 0,1 + 6\cdot 0,25 = (5 + 6 + x)\cdot 0,2$ . Отсюда  $x = 1$ .

*Ответ:*  $1$  литр.

**Упражнение 11.1.** Смешали  $6$  литров  $20\%$  раствора и  $8$  литров  $55\%$  раствора. Сколько литров  $80\%$  раствора нужно добавить к смеси, чтобы получить  $60\%$  раствор?

*Ответ:*  $14$  литров.

**Задача 12.** В сосуд, содержащий  $5$  литров  $10\%$  раствора кислоты добавили  $3$  литра  $50\%$  раствора кислоты. Сколько еще  $50\%$  раствора кислоты нужно добавить к смеси, чтобы ее концентрация увеличилась на столько же процентов, как и в первый раз?

*Решение.* Пусть  $p\%$  - концентрация смеси. Тогда  $5\cdot 10 + 3\cdot 50 = 8\cdot p$ . Отсюда,  $p = 25\%$ . Таким образом, концентрация раствора в сосуде увеличилась на  $25 - 10 = 15$  процентов и нам нужно получить  $25 + 15 = 40\%$  раствор кислоты. Пусть  $x$  литров  $50\%$  кислоты необходимо для этого. Тогда  $25\cdot 8 + 50\cdot x = 40\cdot (8 + x)$ . Отсюда  $x = 12$  литров.

*Ответ:*  $12$  литров.

**Упражнение 12.1.** В сосуд, содержащий  $5$  литров  $18\%$  раствора кислоты добавили  $3$  литра  $70\%$  раствора кислоты. Сколько еще  $70\%$  раствора кислоты нужно добавить к смеси, чтобы ее концентрация увеличилась на столько же процентов, как и в первый раз?

*Ответ:*  $12$  литров.

**Упражнение 12.2.** В сосуд, содержащий  $5$  литров некоторого раствора кислоты, добавили  $3$  литра раствора кислоты более высокой концентрации. Сколько еще раствора кислоты такой же концентрации нужно добавить к смеси, чтобы ее концентрация увеличилась на столько же процентов, как и в первый раз?

*Ответ:*  $12$  литров.

**Упражнение 12.3.** В сосуд, содержащий  $a$  литров некоторого раствора кислоты, добавили  $b$  литров раствора кислоты более высокой концентрации. Сколько еще раствора кислоты такой же концентрации нужно добавить к смеси, чтобы ее концентрация увеличилась на столько же процентов, как и в первый раз?

*Ответ:*  $b\cdot(a+b)/(a-b)$  литров.

**Задача 13.** Первый сосуд содержит 5 литров 10% раствора соли. Второй сосуд содержит 3 литра 30% раствора соли. Сколько литров 25% раствора можно получить, используя данные растворы?

**Решение.** Чтобы получить 25% раствор нужно смешать исходные растворы в пропорции  $(30-25) : (25-10) = 1 : 3$ . Наибольшее количество 25% раствора получится, если мы возьмем все содержимое второго сосуда, 3 литра, и добавим  $3/3 = 1$  литр из первого сосуда. В результате получится 4 литра 25% раствора.

*Ответ:* Не более четырех литров.

**Упражнение 13.1.** Первый сосуд содержит 6 литров 20% раствора соли. Второй сосуд содержит 9 литров 75% раствора соли. Сколько литров 45% раствора можно получить, используя данные растворы?

*Ответ:* Не более 11 литров.

**Задача 14.** В первом сосуде было 2 литра 5% раствора соли. Во втором сосуде было 4 литра 15% раствора соли. Используя данные растворы, наполнили 5 литровой сосуд. Какой концентрации раствор получился?

**Решение.** Предположим, что из первого сосуда мы взяли  $X$  литров раствора. Тогда из второго сосуда нужно взять  $5-X$  литров раствора, при этом  $X \in [1; 2]$ . По условию задачи,  $0,05X + 0,15(5-X) = 5P/100$ , где  $P$  - процентная концентрация получившегося раствора. Отсюда,  $P = 15 - 2X$ . Значит, концентрация раствора может меняться от  $15 - 4 = 11\%$  до  $15 - 2 = 13\%$ .

*Ответ:* От 11% до 13%.

**Упражнение 14.1.** В первом сосуде было 5 литров 8% раствора соли. Во втором сосуде было 4 литра 43% раствора соли. Используя данные растворы, наполнили 7 литровой сосуд. Какой концентрации раствор получился?

*Ответ:* От 23% до 33%.

**Задача 15.** Прибыль составляет 16% от стоимости товара. На сколько процентов нужно увеличить прибыль, чтобы она составляла 25% от стоимости товара?

**Решение.** Пусть стоимость товара равна 1 и на  $X\%$  мы прибыль увеличили. По условию задачи,  $16(1 + X/100) = 25(1 + 16X/10000)$ . Отсюда,  $X=75$ .

*Ответ:* 75%

**Упражнение 15.1.** Прибыль составляет 64% от стоимости товара. На сколько процентов нужно увеличить прибыль, чтобы она составляла 80% от стоимости товара?

*Ответ:* 125%

**Упражнение 15.2.** Прибыль составляет 40% от стоимости товара. На сколько процентов нужно увеличить прибыль, чтобы она составляла 50% от стоимости товара?

*Ответ:* 50%

**Упражнение 15.3.** Прибыль составляет 80% от стоимости товара. На сколько процентов нужно уменьшить прибыль, чтобы она составляла 50% от стоимости товара?

*Ответ:* 75%

**Упражнение 15.4.** Прибыль составляет 60% от стоимости товара. На сколько процентов нужно уменьшить прибыль, чтобы она составляла 36% от стоимости товара?

*Ответ:* 62,5%

**Задача 16.** К трем литрам 12% раствора кислоты добавили некоторое количество другого раствора кислоты. В результате этого получился 14% раствор. Если бы того же раствора добавили на 80% больше, то получили бы 15% раствор. Сколько и какой концентрации добавили раствор в первый раз?

**Решение.** Пусть добавили  $U$  литров раствора концентрации  $X\%$ .

Условие задачи можно представить в виде системы уравнений:

$$\begin{cases} 0,12 \cdot 3 + \frac{xy}{100} = 0,14 \cdot (3 + y) \\ 0,12 \cdot 3 + \frac{1,8xy}{100} = 0,15 \cdot (3 + y) \end{cases}$$

Решив эту систему, получим  $U = 1$ ,  $X = 20$ .

*Ответ:* 1 литр, 20%

**Упражнение 16.1.** К четырем литрам 16% раствора кислоты добавили некоторое количество другого раствора кислоты. В результате этого получился 18% раствор. Если бы другого раствора добавили на 60% больше, то получили бы 19% раствор. Сколько и какой концентрации добавили раствор в первый раз?

*Ответ:* 0,5 литра, 34%

**Упражнение 16.2.** К 5 литрам 20% раствора кислоты добавили некоторое количество другого раствора кислоты. В результате этого получился 25% раствор. Если бы другого раствора добавили на 75% больше, то получили бы 27% раствор. Сколько и какой концентрации добавили раствор в первый раз?

*Ответ:* 2,5 литра, 35%

**Упражнение 16.3.** К четырем литрам 10% раствора кислоты добавили некоторое количество другого раствора кислоты. В результате этого получился 22% раствор. Если другого раствора добавить еще столько же, то

получим 25% раствор. Сколько и какой концентрации добавили раствор в первый раз?

*Ответ:* 6 литров, 30%

**Задача 17.** Имеется два раствора. Если смешать их в пропорции 1:2, то получится 10% раствор. Если смешать эти растворы в пропорции 3:4, то получится 12% раствор. Какова процентная концентрация исходных растворов?

*Решение.* Пусть  $X\%$  - концентрация первого раствора,  $Y\%$  - концентрация второго раствора. По условию задачи,

$X+2Y=30$  и  $3X+4Y=84$ . Решив эту систему уравнений, получим  $X=24\%$ ,  $Y=3\%$ .

*Ответ:* 24% и 3% соответственно.

**Упражнение 17.1.** Имеется два раствора. Если смешать их в пропорции 2:5, то получится 18% раствор. Если смешать эти растворы в пропорции 3:4, то получится 25% раствор. Какова процентная концентрация исходных растворов?

*Ответ:* 53% и 4% соответственно.

**Упражнение 17.2.** Имеется два раствора. Если смешать их в пропорции 1:3, то получится 12% раствор. Если смешать эти растворы в пропорции 4:7, то получится 17% раствор. Какова процентная концентрация исходных растворов?

*Ответ:* 45% и 1% соответственно.

**Задача 18.** Имеется некоторое количество 10% раствора кислоты. К нему добавили некоторое количество другого раствора этой же кислоты. В результате получился 16% раствор. Если добавить еще столько же того же раствора, то получится 20% раствор. Какова концентрация добавляемого раствора?

*Решение.* Предположим, что 10% раствора было  $X$  литров и к нему добавляли  $Y$  литров  $P\%$  раствора. По условию задачи,  $10X+PY=16(X+Y)$  и  $16(X+Y)+PY=20(X+2Y)$ . Поделив каждое уравнение на  $Y$  и исключив из полученной системы уравнений отношение  $X/Y$ , получим уравнение относительно неизвестной  $P$ :

$4(P-16)=6(P-24)$  или  $P=40\%$ . Кроме того  $X/Y=4$ .

*Ответ:* 40%

**Упражнение 18.1.** Имеется некоторое количество 15% раствора кислоты. К нему добавили некоторое количество другого раствора этой же кислоты. В результате получился 25% раствор. Если добавить еще столько же того же раствора, то получится 30% раствор. Какова концентрация добавляемого раствора? Во сколько раз объем добавляемого раствора больше объема исходного раствора?

*Ответ:* 45%, 2 раза.

**Упражнение 18.2.** Имеется некоторое количество 35% раствора кислоты. К нему добавили некоторое количество другого раствора этой же кислоты. В результате получился 40% раствор. Если добавить еще столько же того же раствора, то получится 43% раствор. Какова концентрация добавляемого раствора? Во сколько раз объем добавляемого раствора больше объема исходного раствора?

*Ответ:* 55%, 3 раза.

**Задача 19.** В сосуде было 4 литра 10% раствора. Десятую часть этого раствора перелили в пустой сосуд и, добавляя 28% раствор, увеличили концентрацию исходного раствора на 10%. Полученную смесь перелили в первый сосуд. Сколько литров раствора получилось и какова его концентрация?

*Решение.* В пустой сосуд перелили 0,4 литра 10% раствора. Нам нужно получить 20% раствор. Для этого нужно смешать 10% раствор и 28% раствор в пропорции  $(28-20) : (20-10)=4 : 5$ . Значит, добавив к 0,4 литрам 10% раствора 0,5 литров 28% раствора, мы получим 0,9 литров 20% раствора. Перелив его в первый сосуд, мы получим  $3,6+0,9=4,5$  литров раствора. Его концентрация будет  $(3,6 \cdot 10 + 0,9 \cdot 20) / 4,5 = 12\%$ .

*Ответ:* 4,5 литра, 12%

**Упражнение 19.1.** В сосуде было 5 литров 20% раствора. Двенадцать процентов этого раствора перелили в пустой сосуд и, добавляя 31% раствор, увеличили концентрацию исходного раствора на 5%. Полученную смесь перелили в первый сосуд. Сколько литров раствора получилось и какова его концентрация?

*Ответ:* 5,5 литра, 21%

**Упражнение 19.2.** В сосуде было 5 литров 20% раствора. Пятнадцать процентов этого раствора перелили в пустой сосуд и, добавляя 62% раствор, увеличили концентрацию исходного раствора на 24%. Полученную смесь перелили в первый сосуд. Сколько литров раствора получилось и какова его концентрация?

*Ответ:* 6 литров, 27%

**Задача 20.** В первом сосуде было 4 литра воды. Когда из первого сосуда перелили 15% воды во второй сосуд, а затем 50% воды из второго сосуда перелили в первый сосуд, то в первом сосуде стало на 50% воды больше, чем во втором сосуде. Сколько воды было первоначально во втором сосуде?

*Решение.* Пусть во втором сосуде первоначально было  $X$  литров воды. Перелив 15% воды из первого сосуда, мы получим во втором сосуде  $X+0,6$  литров воды. В первом сосуде останется 3,4 литра воды. Перелив 50% воды из второго сосуда в первый, мы получим в первом сосуде

$3,4+0,5\cdot(X+0,6)$  литров воды. Во втором сосуде останется  $0,5\cdot(X+0,6)$  литров воды. По условию задачи  $3,4+0,5\cdot(X+0,6)=1,5\cdot0,5\cdot(X+0,6)$ . Отсюда  $X=13$  литров.

*Ответ:* 13 литров.

**Упражнение 20.1.** В первом сосуде было 5 литров воды. Когда из первого сосуда перелили 45% воды во второй сосуд, а затем 36% воды из второго сосуда перелили в первый сосуд, то в первом сосуде стало на 25% воды больше, чем во втором сосуде. Сколько воды было первоначально во втором сосуде?

*Ответ:* 4 литра.

**Упражнение 20.2.** В первом сосуде было 8 литров воды. Когда из первого сосуда перелили 25% воды во второй сосуд, а затем 20% воды из второго сосуда перелили в первый сосуд, то в первом сосуде стало на 75% воды больше, чем во втором сосуде. Сколько воды было первоначально во втором сосуде?

*Ответ:* 4 литра.

**Упражнение 20.3.** В первом сосуде было 5 литров воды. Когда из первого сосуда перелили 40% воды во второй сосуд, а затем 60% воды из второго сосуда перелили в первый сосуд, то в первом сосуде стало на 80% воды больше, чем во втором сосуде. Сколько воды было первоначально во втором сосуде?

*Ответ:* 23 литра.

**Задача 21.** Положив в сбербанк 160 рублей, вкладчик через год забрал 92 рубля. Еще через год вкладчик закрыл счет, забрав 86 рублей. Сколько процентов годовых начисляет данный сбербанк?

*Решение.* Пусть сбербанк начисляет  $P\%$  годовых. По условию задачи

$$(160 \cdot (1 + \frac{P}{100}) - 92) \cdot (1 + \frac{P}{100}) = 86. \text{ Отсюда } P=7,5\%.$$

*Ответ:* 7,5%

**Упражнение 21.1.** Положив в сбербанк 125 рублей, вкладчик через год забрал 52 рубля. Еще через год вкладчик закрыл счет, забрав 88 рублей. Сколько процентов годовых начисляет данный сбербанк?

*Ответ:* 10%

**Упражнение 21.2.** Положив в сбербанк 150 рублей, вкладчик через год забрал 53 рубля. Еще через год вкладчик закрыл счет, забрав 102 рубля. Сколько процентов годовых начисляет данный сбербанк?

*Ответ:* 2%

**Задача 22.** Через год сумма вклада составила 175 рублей. Положив еще 85 рублей, вкладчик снял через год всю сумму в размере 325 рублей. Каков был первоначальный вклад и сколько процентов годовых начисляет сбербанк?

*Решение.* Пусть первоначальный вклад равен  $X$  рублей, а сбербанк начисляет  $P\%$  годовых. По условию задачи

$$\begin{cases} X \cdot (1 + \frac{P}{100}) = 175 \\ (175 + 85) \cdot (1 + \frac{P}{100}) = 325 \end{cases}$$

Решив эту систему уравнений, получим  $X=140$  рублей,  $P=25\%$ .

*Ответ:* 140 рублей, 25%

**Упражнение 22.1** Через год сумма вклада составила 140 рублей. Положив еще 60 рублей, вкладчик снял через год всю сумму в размере 224 рубля. Каков был первоначальный вклад и сколько процентов годовых начисляет сбербанк?

*Ответ:* 125 рублей, 12%

**Упражнение 22.2.** Через год сумма вклада составила 180 рублей. Положив еще 84 рубля, вкладчик снял через год всю сумму в размере 297 рублей. Каков был первоначальный вклад и сколько процентов годовых начисляет сбербанк?

*Ответ:* 160 рублей, 12,5%

**Задача 23.** Сбербанк начислил на вклад 20 рублей годовых. Вкладчик добавил еще 30 рублей и на следующий год сбербанк начислил 25 рублей годовых. Какова была первоначальная сумма вклада и сколько процентов годовых начисляет сбербанк?

*Решение.* Пусть первоначальная сумма вклада составляла  $X$  рублей, а сбербанк начисляет  $P\%$  годовых. По условию задачи

$$\begin{cases} X \cdot \frac{P}{100} = 20 \\ (X \cdot (1 + \frac{P}{100}) + 30) \cdot \frac{P}{100} = 25 \end{cases}$$

Отсюда,  $X=200$  рублей,  $P=10\%$ .

*Ответ:* 200 рублей, 10%

**Упражнение 23.1.** Сбербанк начислил на вклад 25 рублей годовых. Вкладчик добавил еще 75 рублей и на следующий год сбербанк начислил 30 рублей годовых. Какова была первоначальная сумма вклада и сколько процентов годовых начисляет сбербанк?

*Ответ:* 500 рублей, 5%

**Упражнение 23.2.** Сбербанк начислил на вклад 50 рублей годовых. Вкладчик добавил еще 75 рублей и на следующий год сбербанк начислил 60 рублей годовых. Какова была первоначальная сумма вклада и сколько процентов годовых начисляет сбербанк?

*Ответ:* 625 рублей, 8%

**Задача 24.** Сбербанк начислил на вклад 2 рубля годовых. Вкладчик добавил еще 98 рублей и, закрыв на следующий год вклад, получил 156 рублей. Какова была первоначальная сумма вклада и сколько процентов годовых начисляет сбербанк, если сбербанки данного города начисляют не более 15% годовых?

**Решение.** Пусть первоначальная сумма вклада составляла  $X$  рублей, а сбербанк начисляет  $P\%$  годовых. По условию задачи

$$\begin{cases} X \cdot \frac{P}{100} = 2 \\ (X \cdot (1 + \frac{P}{100}) + 98) \cdot (1 + \frac{P}{100}) = 156 \end{cases}$$

Отсюда,  $X=50$  рублей,  $P=4\%$ .

*Ответ:* 50 рублей, 4%

**Упражнение 24.1.** Сбербанк начислил на вклад 7 рублей годовых. Вкладчик добавил еще 49 рублей и, закрыв на следующий год вклад, получил 105 рублей. Какова была первоначальная сумма вклада и сколько процентов годовых начисляет сбербанк, если сбербанки данного города начисляют не более 30% годовых?

*Ответ:* 28 рублей, 25%

**Упражнение 24.2.** Сбербанк начислил на вклад 8 рублей годовых. Вкладчик добавил еще 72 рубля и, закрыв на следующий год вклад, получил 162 рубля. Какова была первоначальная сумма вклада и сколько процентов годовых начисляет сбербанк, если сбербанки данного города начисляют не более 15% годовых?

*Ответ:* 64 рубля; 12,5%

Учебно-методическое издание

## ПРОПОРЦИИ И ПРОЦЕНТЫ

авторы: Рудин В.Н. Рудина Е.И.

Научный редактор В.П. Колмакова  
Набор, компьютерная верстка В.Н.Рудин

Отпечатано с оригинал-макета, представленного заказчиком.

Подписано к печати: 2004 г. Заказ Тираж 150